**Punto 1**

Despejar posibles soluciones: Sabemos que 3m+5n=12, donde m, n ∈. Probamos valores enteros positivos de m y calculamos n para cada caso:

Si m = 1: 3(1) +5n=12  ⟹  3+5n=12  ⟹  5n = 9, lo cual no da un valor entero para n.

Si m=2m = 3(2) +5n=12 ⟹ 6+5n=12 ⟹ 5n=6, lo cual tampoco da un valor entero para n.

Si m= 3(3) +5n=12 ⟹ 9+5n=12 ⟹ 5n = 3, lo cual no es posible, ya que n no es un número entero.

Para m=4m = 4 o mayores, 3m>12, lo que haría imposible satisfacer la ecuación.  
No existen m, n ∈, n tales que 3m+5n= 12. Esto hace que la proposición sea falsa.

**Punto 2**

Sea n un número entero. Los cinco números enteros consecutivos pueden expresarse como n, n+1, n+2, n+3, n+4n Su suma es:

n+(n+1) +(n+2) +(n+3) +(n+4) =5n+10

Factoremos el resultado:

5n+10=5(n+2)

Como 5(n+2) es múltiplo de 5 (ya que está multiplicado por 5), la suma de cinco números enteros consecutivos siempre es divisible por 5 sin resto.

Conclusión:

La suma de cinco números enteros consecutivos es divisible por 5.

**Punto 3**

La afirmación es falsa.

Prueba resumida:

El número dado es n2+n+1. Para demostrar si es siempre impar, analizamos los casos:

1. Si n es par, entonces n2 es par, n es par, y 1 es impar. La suma n2+n+1 será impar (par + par + impar).
2. Si n es impar, entonces n2 es impar, n es impar, y 1 es impar. La suma n2+n+1 será par (impar + impar + impar).

Contraejemplo:

Para n=1: + 1 + 1 = 3(impar).  
Para n=2: +2+1=7 (impar).  
Para n= 3: + 1 + 3 + 1 = 13 (impar)

No cumple siempre para ser impar.

**Punto 4**

Demostración resumida:

Sea n un número natural impar. Cualquier número entero puede expresarse en una de las cuatro formas según el teorema de la división euclidiana al dividir entre 4:

n=4q, n=4q+1, n=4q+2, n=4q+3

donde q es un entero.

1. Si n es par (4q o 4q+2), no puede ser impar.
2. Por lo tanto, un número impar debe ser n=4q+1o n=4q+3.

Esto demuestra que todo número natural impar está en una de esas dos formas.

**Punto 5**

Demostración resumida:

Sea n un número entero. Analizamos los números n, n+2, n+4 módulo 3:

1. N mod 3 puede ser 0,1, o 2.
2. Si n≡0 mod 3, entonces n es divisible por 3.
3. Si n≡1 mod 3, entonces n+2 ≡ 0 mod 3 y n+2 es divisible por 3.
4. Si n≡2 mod 3, entonces n+4 ≡ 0 mod 3, y n+4 es divisible por 3.

Por lo tanto, en todos los casos, al menos uno de los números n, n+2, n+4 es divisible por 3.

**Punto 6**

**Prueba resumida:**

Supongamos que existen tres números primos consecutivos separados por 2, es decir, p, p+2, p+4, donde p es primo.

1. Uno de estos tres números debe ser divisible por 3, porque cada tres números consecutivos abarcan un múltiplo de 3.
2. Si p=3, entonces los números son 3,5,7 que son todos primos.
3. Si p>3, entonces p no es divisible por 3, pero p+2p+4 debe ser divisible por 3. Sin embargo, si p+2p+4 es divisible por 3 y mayor que 3, no es primo.

Por lo tanto, el único triple primo posible es 3,5,7.

**Punto 7**

Prueba resumida:

Queremos demostrar que:  
++⋯+=+1−2.

Inducción matemática:

1. Caso base**:** Para norte=2:  
   =+1−2 ⟹ 4=4.   
   Se cumple.
2. Paso inductivo: Supongamos que la fórmula es válida para norte=a:  
   ++⋯+=+1−2.

Ahora probamos para norte=a+1:++⋯+++1= (+1−2) ++1.

Simplificando:

+1−2++1=2⋅+1−2=+2−2.

Esto demuestra la validez para norte=a+1.

Por inducción, la fórmula es válida para todo norte ∈ norte.

**Punto 8**

Demostración resumida:

Queremos probar que si →∞= yo, entonces →∞M =M L paraca Metro > 0.

Definición de límite:  
Por la definición de límite, dado mi >0, existe norte ∈ Norte tal que para norte ≥ norte:

− yo < .

Multiplicamos ambos lados por Metro>0:

∣M − M L∣= M∣ – yo | < METRO. = es.

Esto prueba que →∞M =M L por definición de límite.

**Punto 9**

Un ejemplo de una familia de intervalos que cumple con las propiedades es:

=(0,),norte=1,2,3…

Propiedades demostradas:

1. Anidamiento: + 1 ⊂ porque < .
2. Intersección vacía: La intersección = 1  es vacía porque no existe ningún número incógnita > 0 que pertenezca a todos los intervalos simultáneamente.

Por lo tanto, = 1 .

**Punto 10**

Un ejemplo es la familia de intervalos:

=[,1], norte=1,2,3,…

Propiedades:

1. Anidamiento:  
    + 1 ⊂ porque > , lo que reduce el intervalo.
2. Intersección:  
   La intersección de todos los intervalos es el número 11, ya que:

= {1}.

porque 1 pertenece a todos los intervalos, pero ningún otro número satisface esta condición.

Esto demuestra que la intersección consiste en un solo número real, 1.